

# MOEDAS

## Material

Dois tipos de moedas impressas em 3D, a caixa impressa em 3D, parafusos e porcas, chave de fendas

## Descrição

Neste módulo, os participantes têm de descobrir o valor do dinheiro que se encontra na caixa. No entanto, de cada vez que abanarem a caixa, só poderão ver amostras aleatórias das moedas que lá se encontram. Com apenas essa informação, terão de responder à seguinte pergunta: Há 20 moedas nesta caixa. Qual é o valor do dinheiro que está lá dentro?

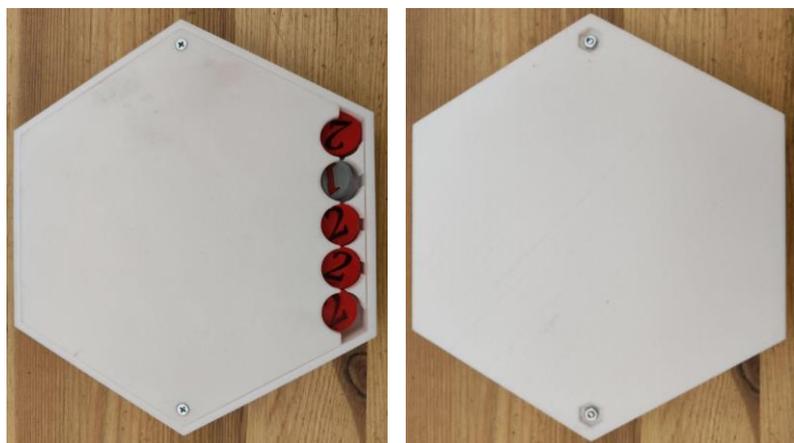
## Instruções de montagem

### Design das peças

Imprimir ficheiros em 3D.

### Montagem

Colocar 20 moedas na caixa. Colocar a tampa sobre a caixa. Aparafusar as duas partes da caixa.



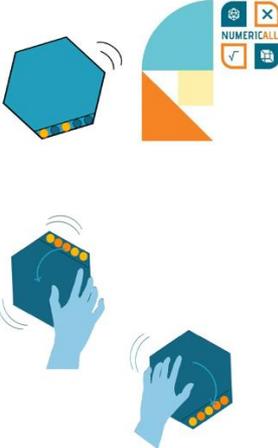
## O tabuleiro (DINA3)

**Moedas**

Cada uma das 20 moedas que estão na caixa vale 1 ou 2. Consegue descobrir ou estimar a quantia total da caixa?

Pode usar estas fichas, se quiser:





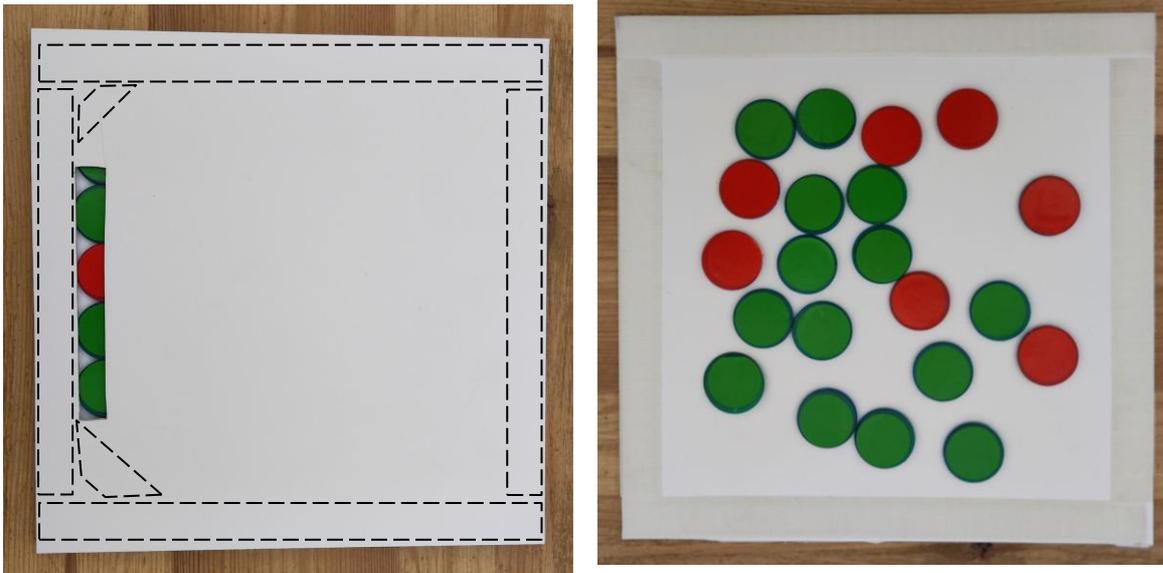
## Opções

Se não tiver uma impressora 3D, tanto a caixa como as fichas podem ser construídas de outra maneira.

### 1. PVC

A caixa deve ser feita com dois quadrados de PVC de 30x30 cm e 5 mm de espessura, presos um ao outro com velcro. Um deles deve ter uma janela rectangular, como indicado na imagem. Para as moedas, pode utilizar qualquer disco semelhante a uma moeda (por exemplo, fichas de póquer ou discos do jogo 4 em linha)





Se a distância entre o topo e o fundo da caixa for de  $x$  mm, será necessário que a espessura das "moedas" seja superior a  $x/2+1$  mm e inferior a  $x-1$  mm para que as "moedas" deslizem no interior da caixa sem se sobreporem. No caso das fichas de póquer, devem ser coladas duas a duas para que a espessura seja suficiente.



Para que a mesma quantidade de moedas (5) seja sempre visível através da janela, a tampa deve ter uma janela retangular com um comprimento não superior a 5 vezes o diâmetro de uma moeda e meia moeda de altura, como mostra a imagem anterior.

## 2. Sacos

3. É necessário um saco, discos de 2 cores diferentes para as "moedas" e uma colher. Esta é a solução mais fácil e mais barata para os jogadores supervisionados, mas apenas para estes, uma vez que o guia terá de se certificar de que os jogadores não fazem batota olhando para dentro do saco.

Este material permite ao guia implementar variantes da actividade.

Por exemplo:

- 3 cores em vez de duas.
- Mais discos



## 4 - Problema do tanque alemão

É possível estimar o número de peças do saco recolhendo apenas uma amostra? Sim, se as peças estiverem numeradas, como, por exemplo, as bolas de bingo. Este problema é conhecido como o [problema do tanque alemão](#) e foi utilizado durante a Segunda Guerra Mundial para estimar o número de tanques que o exército alemão tinha com base no número de série de alguns tanques capturados.

Para obter esta estimativa, as bolas têm de ser numeradas de 1 a N e deve ser extraída uma amostra aleatória de k bolas. Se m for o maior número da amostra extraída, um bom estimador de N é  $m - (k+1)/k - 1$  com um desvio padrão de  $N/k$  se k for muito inferior a N. Este é um estimador de variância mínima sem enviesamento. Na ligação anterior à Wikipédia, pode ler como calcular o intervalo de confiança de 95% se as k amostras forem extraídas uma a uma.

## Explicação

Em cada opção, o visitante terá de utilizar a probabilidade, os números racionais e as fracções equivalentes, uma vez que as moedas de cada amostra podem ou não ser iguais às da amostra anterior

Isto permite colocar uma série de questões interessantes:

- Quantas experiências são necessárias para responder "correctamente"?
- Quantas moedas precisam de ser vistas para se ter "a certeza" da resposta? O que significa "ter a certeza"?

A parte mais interessante desta questão reside no facto de ninguém poder saber a resposta, nem mesmo recolhendo muitas amostras. Mas as estatísticas podem ensinar-nos muito sobre o assunto. É útil para enfrentar a complexidade e a incerteza.

## Competências

Probabilidade (Regra de Laplace), estatística, proporções, fracções, aproximações, cálculo, resolução de problemas e elaboração de estratégias.

## Observações

A pergunta no tabuleiro pode ser "Quantos de cada tipo?" se utilizar discos coloridos.