

# Na Balança - balança escalada

## Materiais

Tabuleiro de exposição, 11 pesos modulares, 1 peso falso, balança romana graduada

## Breve descrição

Esta atividade pretende desafiar o raciocínio lógico e compreender as proporções. Pode conduzir a exercícios de raciocínio lógico e de álgebra. A exposição dá ao participante a oportunidade de raciocinar e interagir com uma balança. As balanças são de prato e rudimentarmente graduadas. O que permite resolver problemas que podem ser implementados quer adicionando ou subtraindo pesos da escala graduada, quer comparando diretamente duas quantidades nos pratos.

## Montagem

### Design de todas as peças

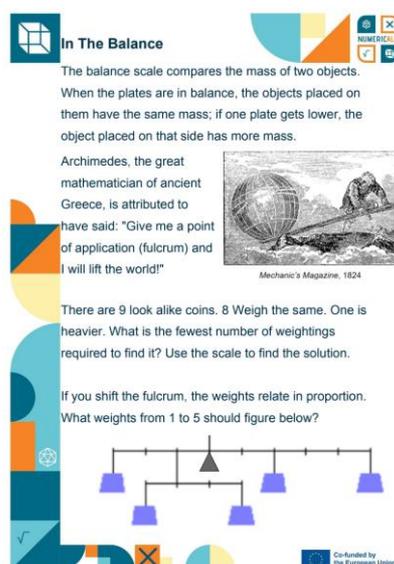
A peça central da exposição é uma balança de pratos graduados. O tabuleiro da exposição apresenta dois desafios que devem ser resolvidos recorrendo à balança ou ao raciocínio.

Este é acompanhado por pesos unitários modulares. Para o primeiro problema, deve haver um peso com menos massa. Os pesos são modulares e podem ser utilizados individualmente ou montados para serem pendurados em grupo na viga.

## Montagem

Juntamente com o conjunto de problemas, as balanças e os pesos devem ser colocados numa mesa de forma fácil e aberta. O modelo 3D pode ser impresso e montado. Para obter instruções e outras ideias de implementação, consulte a documentação de DIY.

## O Tabuleiro (DINA3)



**In The Balance**

The balance scale compares the mass of two objects. When the plates are in balance, the objects placed on them have the same mass; if one plate gets lower, the object placed on that side has more mass.

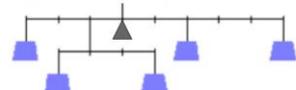
Archimedes, the great mathematician of ancient Greece, is attributed to have said: "Give me a point of application (fulcrum) and I will lift the world!"



*Mechanic's Magazine, 1824*

There are 9 look alike coins. 8 Weigh the same. One is heavier. What is the fewest number of weightings required to find it? Use the scale to find the solution.

If you shift the fulcrum, the weights relate in proportion. What weights from 1 to 5 should figure below?



Co-funded by the European Union

## Outras Opções

Para além dos problemas sugeridos no tabuleiro da exposição, podem ser apresentados vários outros. A exploração das propriedades dos equilíbrios pode ser explorada: "O que é que tem de acontecer para equilibrar a balança romana?", "Se este objeto pesa 10 g, quanto é que os outros pesam em comparação?"

De seguida, apresentamos dois problemas adicionais que podem ser propostos por um monitor ou num ambiente de aprendizagem.

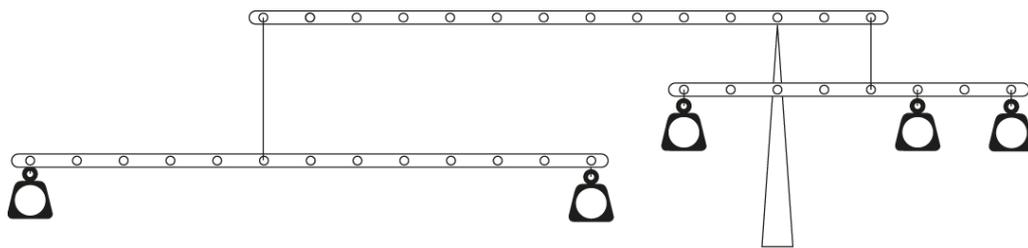
### Problemas de pesos comparativos

1. "Dadas 5 moedas, das quais uma é mais leve. Na pior das hipóteses, qual é o número mínimo de pesos necessários para descobrir a moeda falsa?"

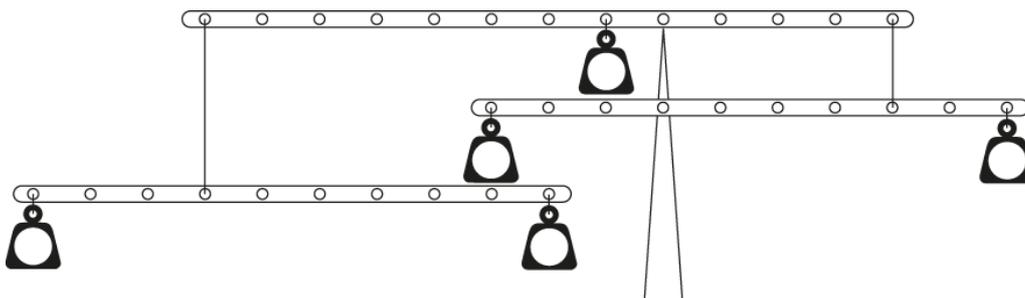
- "Desta vez, são-nos dadas 3 moedas. Se uma for diferente, não sabemos se é mais pesada ou mais leve do que as outras. Qual é o número mínimo de pesagens necessárias para determinar se há uma moeda falsa e qual é?"

### Problemas de equilíbrio de vigas

- Usando os Pesos com Valores entre 1-28, encontre uma solução para o seguinte equilíbrio:



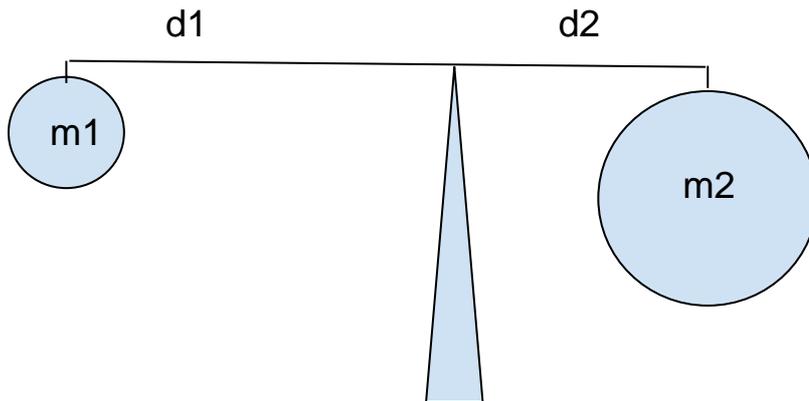
- Usando os Pesos com Valores entre 1-20 encontre uma solução para o seguinte equilíbrio:



### Explicação

Uma alavanca é uma viga ligada ao solo por uma dobradiça, ou pivô, chamado fulcro. A alavanca é uma barra móvel que gira sobre um fulcro ligado a um ponto fixo. A alavanca funciona através da aplicação de forças a diferentes distâncias do fulcro, ou pivô.

À medida que a alavanca roda em torno do fulcro, os pontos mais afastados deste pivô movem-se mais rapidamente do que os pontos mais próximos do pivô. Assim, uma força aplicada num ponto mais afastado do pivot tem de ser menor do que a força localizada num ponto mais próximo, porque a potência é o produto da força e da velocidade. Isto é conhecido como a lei da alavanca (ver imagem abaixo).



Esta proporcionalidade permite comparações múltiplas entre placas a distâncias iguais sobre as quais são colocados pesos diferentes, ou pesos colocados mais perto ou mais longe da alavanca (o peso da viga não é aqui considerado).

Na comparação de pesos, os recursos às árvores de decisão tornam mais evidente a visualização e a solução dos problemas. Nos problemas de equilíbrio de vigas podemos recorrer ao uso de formulação algébrica para auxiliar nos cálculos necessários para encontrar uma solução.

Soluções para os problemas do quadro expositivo:

**Solução do problema de ponderação comparativa do tabuleiro da exposição:**

O número mínimo de pesagens é 2. As moedas estão agrupadas em trios. Ao pesar dois destes grupos, há duas opções: equilibram-se ou uma é mais pesada. Se se equilibrarem, isso significa que a moeda mais pesada deve estar no outro grupo. A pesagem seguinte deve comparar duas moedas desse grupo. Se uma delas for mais pesada, a ponderação seguinte deve considerar duas moedas do grupo mais pesado. Em qualquer dos casos, são comparadas duas moedas de um grupo. Ou a ponderação seguinte revela a moeda mais pesada ou, se o resultado for equilibrado, a moeda que ficou de fora do grupo deve ser a que ficou de fora

**Solução do problema de equilíbrio de vigas do tabuleiro da exposição:**

O equilíbrio descrito pela imagem pode ser colocado como duas igualdades, atribuindo letras aos pesos:

$A = 2B$  (1) e  $3C + 1(A + B) = 2D + 5E$  (2), onde A, B, C, D, E têm de ser soluções inteiras de 1 a 5. As soluções para (1) são (2, 1) ou (4, 2). Se escolhermos a primeira solução, o lado esquerdo de (2) será um múltiplo de 3. Usando o número restante, é impossível satisfazer esta condição. Assim, sabemos que  $A = 4$  e  $B = 2$ .

O lado esquerdo continua a ser um múltiplo de 3, mas os números disponíveis são suficientes para satisfazer esta condição, tendo  $D = 5$  e  $E = 1$  obtemos  $2 * 5 + 1 * 5 = 3 * 5 = 15$  e, do outro lado, apenas  $C = 3$  é uma opção, resultando em  $3 * 3 + 2 + 4 = 15$ . Resolver o problema.  $(A, B, C, D, E) = (4, 2, 3, 5, 1)$ .

Soluções dos problemas adicionais:

1. É uma versão mais simples do tabuleiro da exposição; 2 pesos é a resposta correcta para garantir que se encontra a moeda, pelo mesmo argumento;
2. Dois pesos é a resposta correcta. Apesar de haver menos moedas, o facto de não se saber se a moeda é mais pesada ou não obriga a comparar dois pares de moedas diferentes.
3. Da esquerda para a direita, os pesos devem estar em ordem alfabética. A solução é  
 $(A, B, C, D, E) = (7, 5, 24, 15, 27)$
4. A solução é  $(A, B, C, D, E) = (3, 4, 5, 8, 12)$

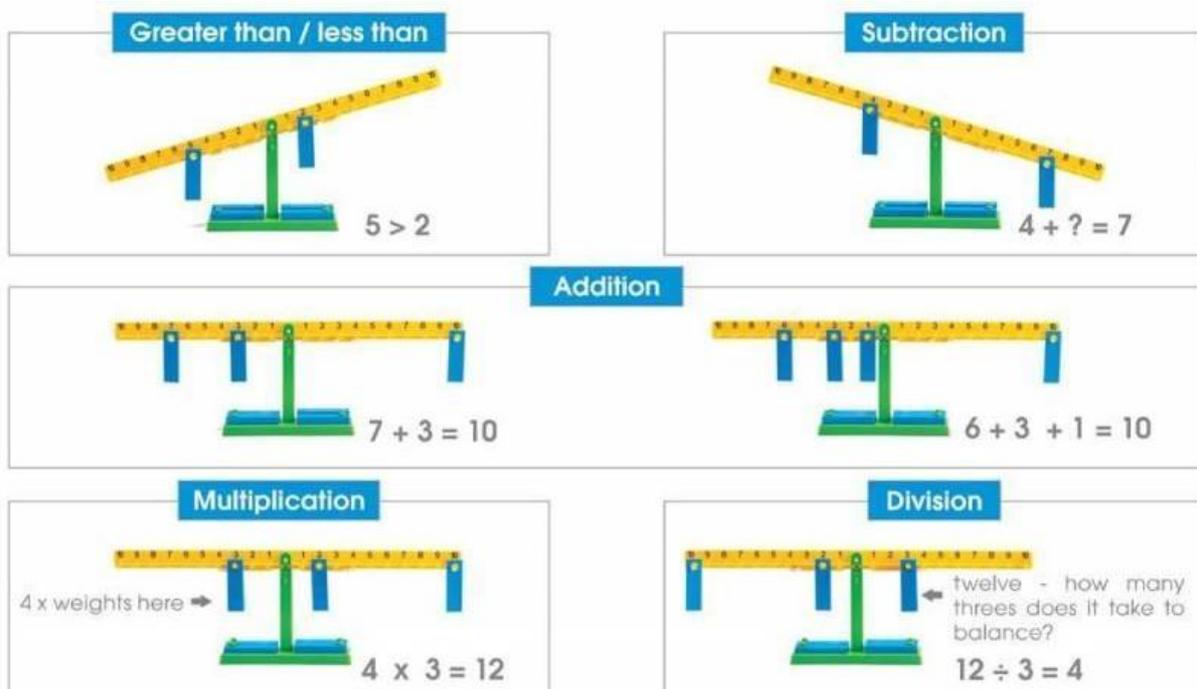
## Competências

- Dedução lógica
- Proporcionalidade
- A noção de "peso unitário" e a dedução por comparação das proporções das peças sem utilizar instrumentos de medida, apenas a balança.
- Cálculo do peso de alguns objectos.
- O equilíbrio como noção de igualdade.
- Aritmética mental: produtos e adições.
- A prática da metodologia de tentativa e erro.

## Observações

A balança pode precisar de ser calibrada, o que pode ser feito facilmente com fita adesiva até que a viga sem pesos fique equilibrada.

Alguns conceitos matemáticos, como as igualdades e as desigualdades, são facilmente visualizados utilizando a balança. Segue-se um exemplo visual:



## Para Impressoras 3d (Se aplicável)

O DIY pode ser encontrado, bem como todos os ficheiros para impressão 3D, em:

<https://drive.google.com/drive/folders/1F8JySKT56nZZd0oEDAV501hNzM6W4pQx?usp=sharing>