

# En la balança

## Materials

tauler, 11 pesos, 1 pes fals, balança romana graduada.ma

## Breu descripció

Aquesta activitat pretén tant desafiar el raonament lògic com comprendre les proporcions. Pot conduir a exercicis de raonament lògic i àlgebra. Aquest mòdul ofereix al participant l'oportunitat de raonar i interactuar amb una balança de plats graduada rudimentàriament. Es plantegen dos problemes per trencar i desafiar els participants. Així planteja dos reptes que es poden resoldre sumant o restant pesos amb la balança o comparant directament dos pesos als plats.

## Muntatge

### Disseny de les peces

La peça central de l'exposició és una balança de plats graduada. El tauler proposa dos reptes a resoldre recorrent a la balança o fent raonaments. S'acompanya de pesos unitaris modulars. Hi hauria d'haver un pes amb menys massa per al primer problema. Els pesos són modulars i es poden utilitzar individualment o muntats per penjar-los en grup a un dels braços de la balança.

## Muntatge

Juntament amb el problema, les balances i els pesos s'han de col·locar de manera fàcil i oberta sobre una taula. El model 3D es pot imprimir i muntar. Per obtenir instruccions i altres idees d'implementació, consulteu la documentació.

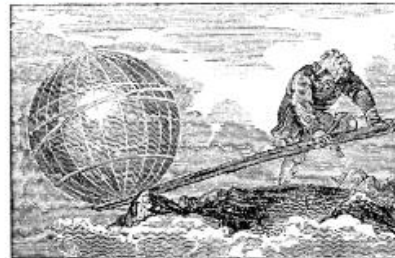
### El tauler (DINA3)



#### En la balança

La balança compara la massa de dos objectes. Quan els plats estan en equilibri, els objectes col·locats sobre elles tenen la mateixa massa; si un plat baixa, l'objecte col·locat en aquest costat té més massa.

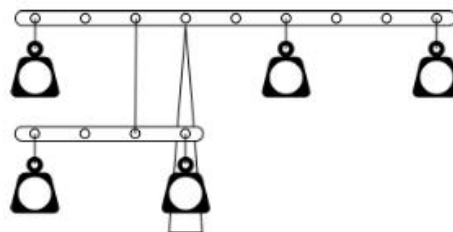
Se li atribueix a Arquímedes, el gran matemàtic grec, haver dit: "Dona'm un punt d'aplicació (fulcre) i aixecaré el món!"



*Mechanic's Magazine, 1824*

Hi ha 9 monedes semblants, però 8 pesen igual i 1 pesa més. Quin és el menor nombre de pesades necessàries per trobar-la? Utilitzeu la balança per trobar la solució.

Si desplaçe el fulcre, els pesos es relacionen proporcionalment. Quins pesos de l'1 al 5 haurien de figurar a continuació?



## Altres opcions

A part dels problemes suggerits al tauler del mòdul, se'n poden indicar altres. Es poden explorar les propietats de la balança amb els equilibris: "Què ha de passar per equilibrar la balança romana?", "Si aquest objecte pesa 10 g, quant pesen els altres en comparació?"

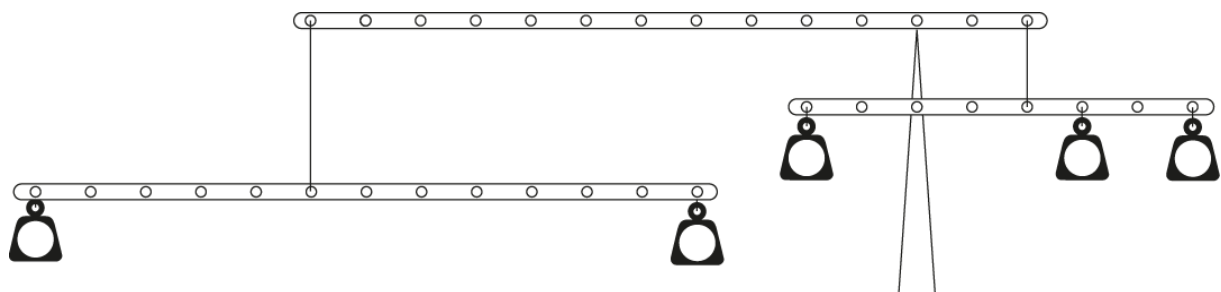
A continuació indiquem dos problemes addicionals per ser proposats per un monitor o en un entorn d'aprenentatge en el qual només tindrem en compte els pesos i la seva posició, però no el pes de l'estructura que els aguanta.

### Problemes de comparació amb pesos

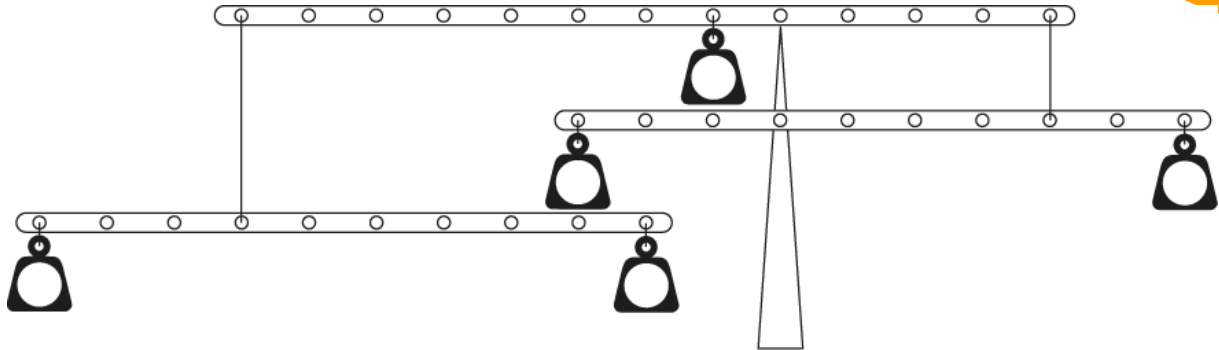
1. Donades 9 monedes de les quals una moneda és més pesada, en el pitjor dels casos, quin és el nombre mínim de comparacions en la balança són necessàries per esbrinar la moneda falsa?
2. Aquesta vegada ens donen 3 monedes. Si una és diferent, no sabem si és més pesada o més lleugera que les altres. Quin és el nombre mínim de comparacions amb la balança per determinar si hi ha una moneda falsa i quina és?

### Problemes d'equilibri dels braços

3. Utilitzant pesos amb valors entre 1 i 28 troba una solució per al següent equilibri:



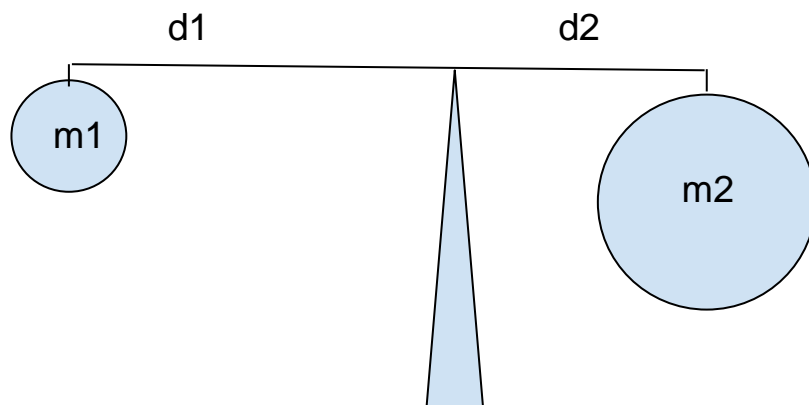
4. Using the Weights with Values between 1-20 find a solution for the following equilibrium:



## Explicació

La palanca és una barra rígida mòbil al voltant d'un fulcre o punt de suport unit a un punt fix. La palanca funciona aplicant forces a diferents distàncies del fulcre.

A mesura que la palanca gira al voltant del fulcre, els punts més allunyats d'aquest pivot es mouen més ràpidament que els punts més propers al pivot. Per tant, una força aplicada a un punt més allunyat del pivot ha de ser menor que la força situada en un punt més proper, perquè la potència és el producte de la força i la velocitat. En la següent figura les masses  $m_1$  i  $m_2$ , i les distàncies de les masses a la vertical del fulcre  $d_1$  i  $d_2$  mantenen la balança en equilibri perquè la llei de la palanca diu que la balança està en equilibri si la força en un braç ( $m_1 \cdot g$ ) per  $d_1$  és igual a la força en l'altre braç ( $m_2 \cdot g$ ) per  $d_2$  on  $g$  és l'acceleració de la gravetat terrestre.



Aquesta proporcionalitat permet comparacions múltiples entre pesos a distàncies iguals sobre les quals es col·loquen diferents pesos, o pesos col·locats més a prop o més lluny del fulcre (aquí no es té en compte el pes dels braços de la balança).

Quan es comparen pesos, els arbres de decisió fan més evident la visualització i la solució dels problemes. En els problemes d'equilibri de la balança podem usar la formulació algebraica per fer els càlculs necessaris per trobar una solució.

### **Solució al problema de comparació de pesos del panel:**

El nombre mínim de comparacions és de 2. Agrupa les monedes en trios. A l'hora de pesar dos d'aquests grups hi ha dues opcions: la balança estarà equilibrada o un grup serà més pesat que l'altre. Si la balança està en equilibri, això vol dir que la moneda més pesada ha d'estar al tercer grup. La següent comparació hauria de comparar dues monedes del grup més pesat. O la segona comparació revela la moneda més pesada o, si el resultat és equilibrat, la tercera moneda ha de ser la més pesada.

### **Solució als problemes d'equilibri dels braços del tauler**

L'equilibri descrit per la imatge es pot posar com a dues igualtats, assignant lletres als pesos:

$$A = 2B \quad (1)$$

$$3C + 1(A + B) = 2D + 5E \quad (2)$$

on A, B, C, D, E han de ser solucions enteres de l'1 al 5. Les solucions de (1) són (2, 1) o (4, 2). Si triem la primera solució és impossible complir la segona condició. Per tant, sabem que A = 4 i B = 2. El costat esquerre és múltiple de 3, però els nombres disponibles són suficients per satisfer aquesta condició. Amb D = 5 i E = 1 obtenim  $2 * 5 + 1 * 5 = 3 * 5 = 15$  i a l'altra banda només C = 3 és una opció que resulta en  $3 * 3 + 2 + 4 = 15$ . Resolució del problema. (A, B, C, D, E) = (4, 2, 3, 5, 1).

Solucions als problemes addicionals:

1. És una versió més senzilla del tauler d'exposició; 2 ponderacions és la resposta correcta per garantir trobar la moneda, pel mateix argument;

2. Dues comparacions són la resposta correcta. Tot i que hi ha menys monedes, no saber si la moneda és més pesada o no requereix comparar dos parells de monedes diferents.
3. Si anomenem els pesos d'esquerra a dreta per ordre alfabètic, la solució és  $(A, B, C, D, E) = (7, 5, 24, 15, 27)$
4. La solució és  $(A, B, C, D, E) = (3, 4, 5, 8, 12)$

## Competències

- Deducció lògica
- Proporcionalitat
- La noció de "pes unitari" i la deducció per comparació de les proporcions de les peces sense utilitzar eines de mesura, només la balança.
- Càlcul del pes d'alguns objectes.
- L'equilibri com a noció d'igualtat.
- Aritmètica mental: productes i sumes.
- Practicar la metodologia d'assaig i error.


## Observacions

Els problemes que inclouen un dibuix amb balances suposes que els braços no pesen. Si els braços fossin igual de llargs respecte del fulcre, el pes dels braços no afectaria l'equilibri de la balança.

Les bàscules poden necessitar calibratge, això es pot fer fàcilment amb cinta adhesiva fins que la biga sense cap pes estigui equilibrada.

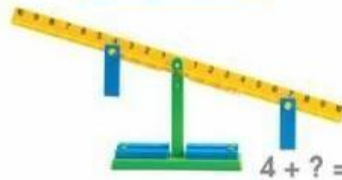
Alguns conceptes matemàtics com les igualtats i les desigualtats es visualitzen fàcilment mitjançant les escales. Un exemple visual a continuació:

**Greater than / less than**




$5 > 2$

**Subtraction**




$4 + ? = 7$

**Addition**




$7 + 3 = 10$




$6 + 3 + 1 = 10$

**Multiplication**



$4 \times 3 = 12$

**Division**



$12 \div 3 = 4$

## Per a impressores 3D (Si escau)

Els fitxers imprimibles amb impressora 3D pots trobar-los a:

<https://drive.google.com/drive/folders/1F8JySKT56nZZd0oEDAV501hNzM6W4pQx?usp=sharing>