

Dans la balance

Matériel

- Planche A3
- 11 poids modulaires
- 1 faux poids
- 1 balance romaine graduée

Brève description

Cette activité vise à mettre à l'épreuve le raisonnement logique et à comprendre les proportions. Elle peut déboucher sur des exercices de raisonnement logique et d'algèbre. L'exposition donne aux participants l'occasion de raisonner et d'interagir avec une balance. Les balances sont à la fois à plateaux et rudimentairement graduées, ce qui donne lieu à des problèmes qui peuvent être résolus à l'aide d'une échelle à plateaux. Les balances sont à la fois à plateaux et rudimentairement graduées, ce qui donne lieu à des problèmes qui peuvent être résolus soit en ajoutant ou en soustrayant des poids de l'échelle graduée, soit en comparant directement deux quantités sur les plateaux.

Assemblage

Conception de toutes les pièces

La pièce maîtresse de l'exposition est une balance à plateau graduée. Le panneau de l'exposition propose deux défis à résoudre en recourant à la balance ou au raisonnement.

Il est accompagné de poids unitaires modulaires. Pour le premier problème, il doit y avoir un poids avec une masse inférieure. Les poids sont modulaires et peuvent être utilisés individuellement ou assemblés pour être suspendus en groupe à la poutre.

Assemblage

Les balances et les poids doivent être facilement et ouvertement placés sur une table en même temps que l'ensemble du problème. Le modèle 3D peut être imprimé et assemblé. Pour obtenir des instructions et d'autres idées de mise en œuvre, veuillez vous référer à la documentation sur le bricolage.

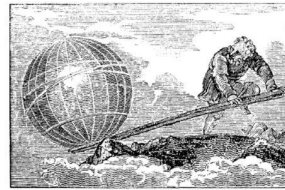
La planche (A3)



Dans la Balance

La balance compare la masse de deux objets. Lorsque les plateaux sont en équilibre, les objets placés dessus ont la même masse ; si l'un des plateaux s'abaisse, l'objet placé de ce côté a plus de masse.

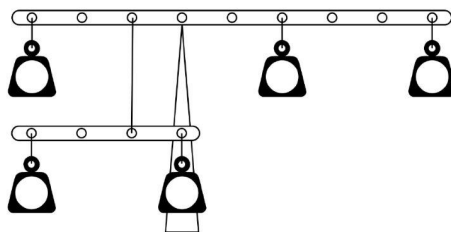
Archimède, le grand mathématicien de la Grèce antique, aurait dit : "Donnez-moi un point fixe et un levier, et je soulèverai la Terre !".



Mechanic's Magazine, 1824

Il y a 9 pièces similaires. 8 ont le même poids, et une est plus lourde que les autres. Quel est le plus petit nombre de pesées nécessaires pour la trouver ? Utilisez la balance pour trouver la solution.

Si l'on déplace le point d'appui, les poids sont proportionnels. Quels sont les poids de 1 à 5 qui devraient figurer en dessous ?



Autres options

Outre les problèmes proposés sur le panneau d'exposition, d'autres problèmes peuvent être énoncés. Les propriétés des équilibres peuvent être explorées : "Que doit-il se passer pour équilibrer la balance romaine ?", "Si cet objet pèse 10 g, combien pèsent les autres en comparaison ?".

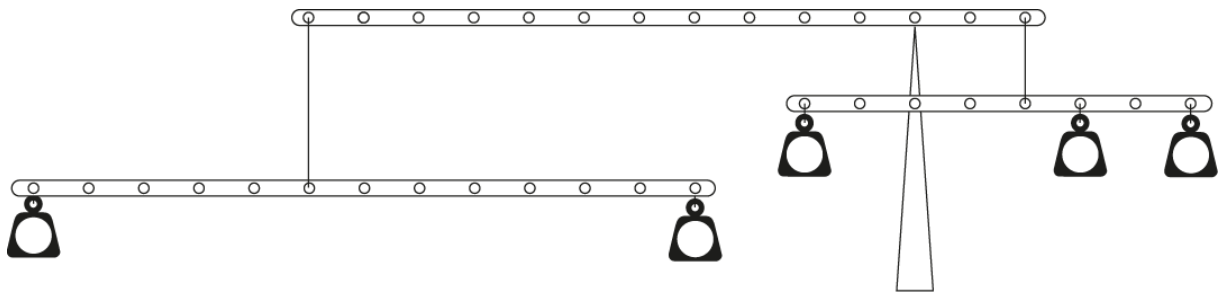
Nous présentons ci-dessous deux problèmes supplémentaires à suggérer par un moniteur ou dans un environnement d'apprentissage.

Problèmes de pondérations comparatives

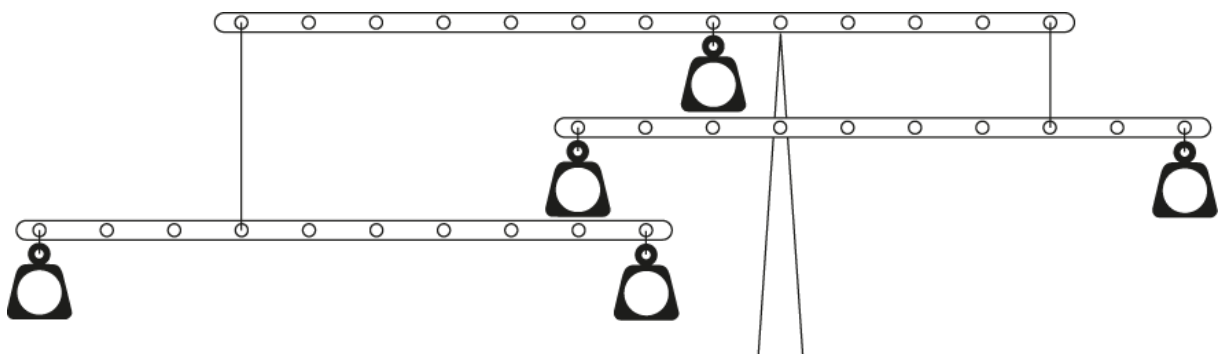
1. "Étant donné 5 pièces dont l'une est plus légère, quel est, dans le pire des cas, le nombre minimum de pondérations nécessaires pour déterminer la fautive pièce ? Dans le pire des cas, quel est le nombre minimum de pesées nécessaires pour déterminer la fautive pièce ?"
2. "Cette fois-ci, on nous donne trois pièces de monnaie. Si l'une d'entre elles est différente, nous ne savons pas si elle est plus lourde ou plus légère que les autres. Quel est le nombre minimum de pesées nécessaires pour déterminer s'il y a une fautive pièce et laquelle ?"

Problèmes d'équilibre des poutres

3. En utilisant les poids avec des valeurs comprises entre 1 et 28, trouvez une solution pour l'équilibre suivant :



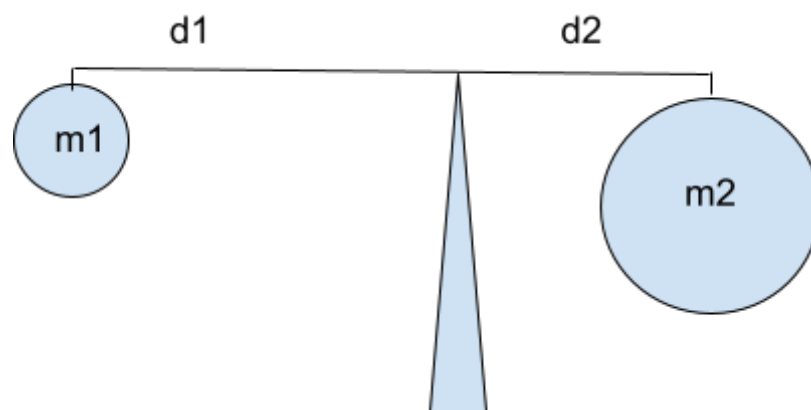
4. En utilisant les poids avec des valeurs comprises entre 1 et 20, trouvez une solution pour l'équilibre suivant :



Explication

Un levier est une poutre reliée au sol par une charnière ou un pivot, appelé point d'appui. Le levier est une barre mobile qui pivote sur un point d'appui attaché à un point fixe. Le levier fonctionne en appliquant des forces à différentes distances du point d'appui, ou pivot.

Lorsque le levier tourne autour du point d'appui, les points les plus éloignés de ce pivot se déplacent plus rapidement que les points les plus proches du pivot. Par conséquent, une force appliquée à un point éloigné du pivot doit être inférieure à la force appliquée à un point plus proche, car la puissance est le produit de la force et de la vitesse. C'est ce qu'on appelle la loi du levier (voir l'image ci-dessous).



Cette proportionnalité permet des comparaisons multiples entre des plaques à distances égales sur lesquelles sont placés des poids différents, ou des poids placés plus près ou plus loin du levier (le poids de la poutre n'est pas pris en compte ici).

Lors de la comparaison des poids, les ressources des arbres de décision rendent la visualisation et la solution des problèmes plus évidentes. Dans les problèmes d'équilibre des poutres, nous pouvons recourir à la formulation algébrique pour faciliter les calculs nécessaires à la recherche d'une solution.

Solutions aux problèmes du panneau d'exposition :

Solution au problème de la pondération comparative du tableau d'exposition :

Le nombre minimum de pesées est de 2. Les pièces sont regroupées en trios.

Lorsque l'on pèse deux de ces groupes, il y a deux possibilités : ils s'équilibrent ou

l'un d'eux est plus lourd. Si elles s'équilibrent, cela signifie que la pièce la plus lourde doit se trouver dans l'autre groupe. La pesée suivante doit comparer deux pièces de ce groupe. Si l'une d'entre elles est plus lourde, la pondération suivante doit prendre deux pièces du groupe le plus lourd. Dans les deux cas, deux pièces d'un groupe sont comparées. Soit la pondération suivante révèle la pièce la plus lourde, soit, si le résultat est équilibré, la pièce laissée de côté dans le groupe doit être celle qui a été laissée de côté.

Solution au problème de l'équilibre des poutres du tableau d'exposition :

L'équilibre décrit par l'image peut être exprimé sous la forme de deux égalités, en attribuant des lettres aux poids :

$A = 2B$ (1) et $3C + 1(A + B) = 2D + 5E$ (2), où A, B, C, D, E doivent être des solutions entières de 1 à 5. Les solutions pour (1) sont soit (2, 1) soit (4, 2). Si nous choisissons la première solution, le côté gauche de (2) sera un multiple de 3. En utilisant le nombre restant, il est impossible de satisfaire cette condition. Nous savons donc que $A = 4$ et $B = 2$. Le côté gauche est toujours un multiple de 3, mais les nombres disponibles sont suffisants pour satisfaire cette condition. Avec $D = 5$ et $E = 1$, nous obtenons $2 * 5 + 1 * 5 = 3 * 5 = 15$ et, de l'autre côté, seul $C = 3$ est une option, ce qui donne $3 * 3 + 2 + 4 = 15$. Résolution du problème. $(A, B, C, D, E) = (4, 2, 3, 5, 1)$.

Problèmes supplémentaires Solutions :

1. Est une version plus simple du tableau d'exposition ; 2 pondérations est la bonne réponse pour garantir de trouver la pièce, par le même argument ;
2. La réponse correcte est "deux poids". Bien qu'il y ait moins de pièces, le fait de ne pas savoir si la pièce est plus lourde ou non nécessite de comparer deux paires de pièces différentes
3. De gauche à droite, les poids doivent être classés par ordre alphabétique. La solution est
 $(A, B, C, D, E) = (7, 5, 24, 15, 27)$
4. La solution est : $(A, B, C, D, E) = (3, 4, 5, 8, 12)$

Compétences

- Déduction logique
- Proportionnalité
- La notion de "poids unitaire" et la déduction par comparaison des proportions des pièces sans utiliser d'outils de mesure, uniquement la balance.
- Calcul du poids de certains objets.
- L'équilibre comme notion d'égalité.
- Calcul mental : produits et additions.
- Pratique de la méthodologie par essais et erreurs.

Observations

Les balances peuvent avoir besoin d'être étalonnées, ce qui peut facilement être fait avec du ruban adhésif jusqu'à ce que la poutre sans aucun poids soit équilibrée. Certains concepts mathématiques, comme les égalités et les inégalités, peuvent être facilement visualisés à l'aide de la balance. Voici un exemple visuel :

The diagrams show a balance scale with a yellow beam and a green base. Weights are represented by blue vertical bars hanging from the beam.

- Greater than / less than:** The beam is tilted upwards on the right side. There are 5 weights on the left and 2 on the right. Below the scale is the equation $5 > 2$.
- Subtraction:** The beam is tilted downwards on the right side. There are 4 weights on the left and 1 on the right. Below the scale is the equation $4 + ? = 7$.
- Addition:** The beam is horizontal. There are 7 weights on the left and 3 on the right. Below the scale is the equation $7 + 3 = 10$.
- Addition:** The beam is horizontal. There are 6 weights on the left, 3 on the right, and 1 on the far right. Below the scale is the equation $6 + 3 + 1 = 10$.
- Multiplication:** The beam is horizontal. There are 4 weights on the left and 3 on the right. An arrow points to the 4 weights with the text "4 x weights here". Below the scale is the equation $4 \times 3 = 12$.
- Division:** The beam is horizontal. There are 12 weights on the left and 3 on the right. An arrow points to the 3 weights with the text "twelve - how many threes does it take to balance?". Below the scale is the equation $12 \div 3 = 4$.

Pour les imprimantes 3D (si applicable)

Le DIY peut être trouvé ainsi que tous les fichiers imprimables en 3D sur ce lien :

<https://drive.google.com/drive/folders/1F8JySKT56nZZd0oEDAV501hNzM6W4pQx?usp=sharing>