

O PARADOXO DA NOTA

Materiais

Dois tabuleiros DIN A3 com um retângulo branco. As peças das notas são em PVC ou em madeira para as colocar no retângulo. Haverá dois paradoxos.

Para o primeiro, de um lado deve aparecer a nota de 100 €, mas do outro, a nota de 50 €.

Para o segundo, de um lado está a nota de 20 € e do outro a nota de 50 €.

Breve descrição

Com as peças da exposição, tem de montar a nota de 100 € (5 peças), mas se virar todas as peças para trás, pode montar a nota de 50 €... mas fica a sobrar uma peça!

Para o segundo paradoxo, vai montar a nota de 20 € (3 peças) e depois pode virar as peças e montar a nota de 50 €... mas falta uma peça!

Há um paradoxo, e a ideia é tentar explicar o que está a acontecer.

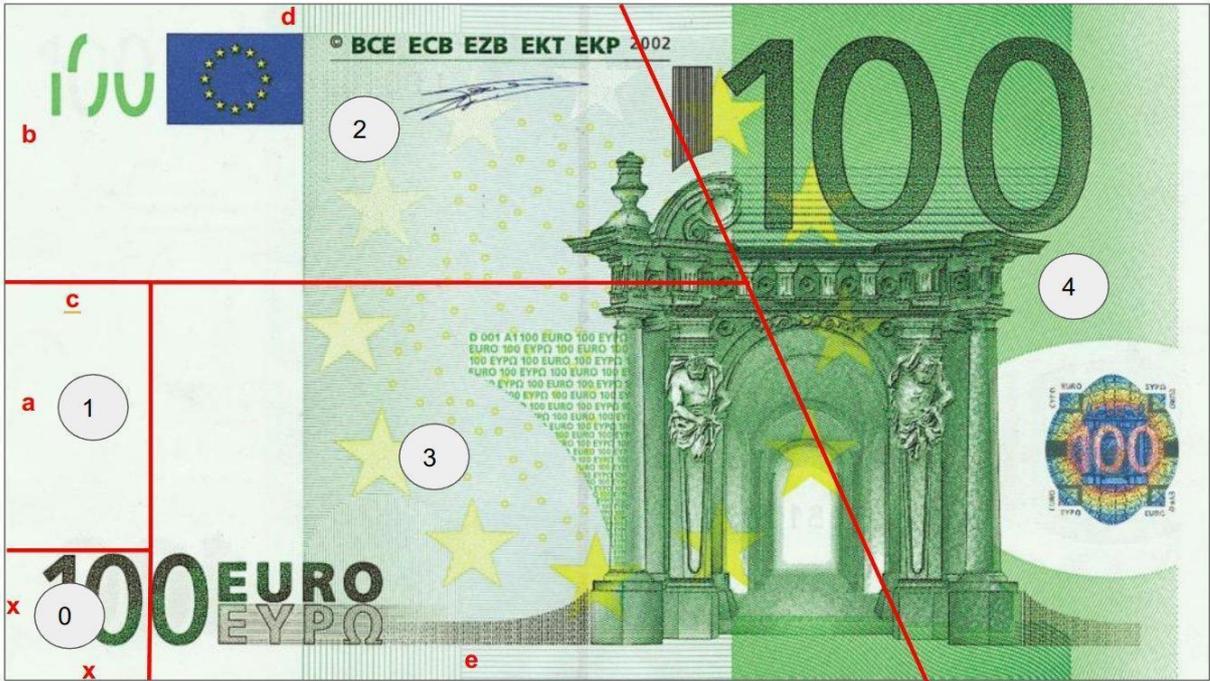
Montagem

Design de todas as peças

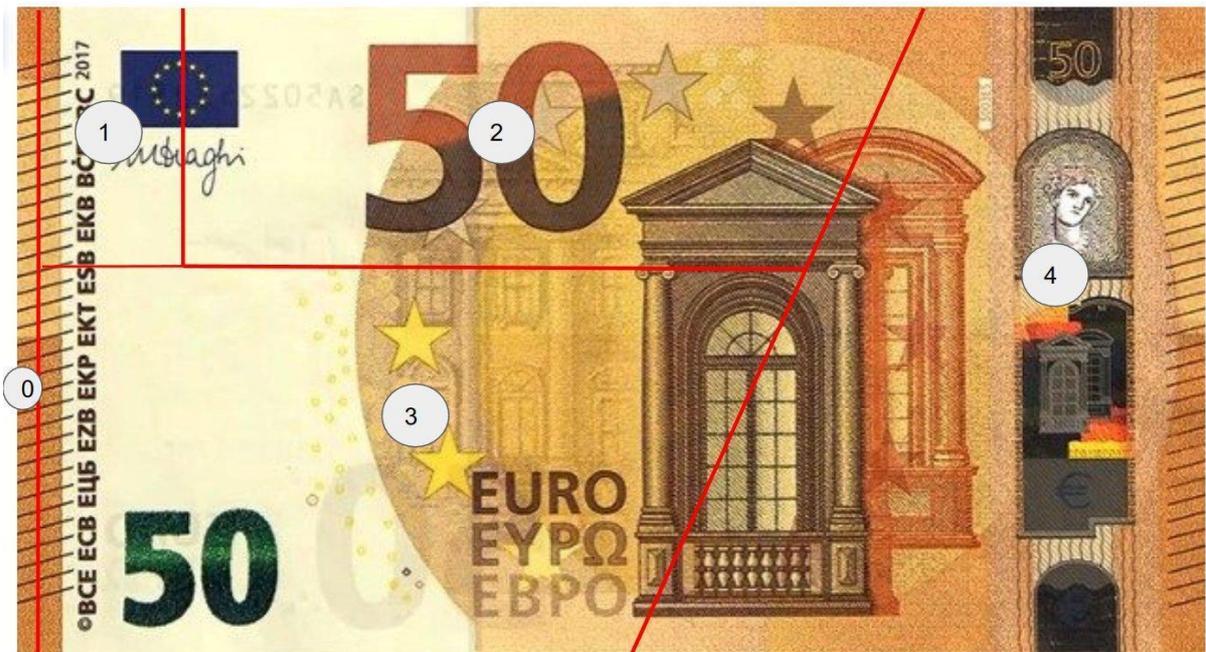
As peças são apresentadas nas fotografias com as dimensões.

PRIMEIRO PARADOXO:

Frente da nota:



Costas da nota:



(Nem as imagens das notas nem as medidas estão à escala correcta, servem apenas para explicação)

Duas condições devem ser satisfeitas relativamente às medidas das peças:

$$a = b$$

$$c + d = e$$

(as restantes medidas podem ser as desejadas)

Por exemplo, para uma nota Dimensões:

15cm x 8,5cm

Tome:

$$a = 1,1 \text{ cm}$$

$$b = c = 3,7 \text{ cm}$$

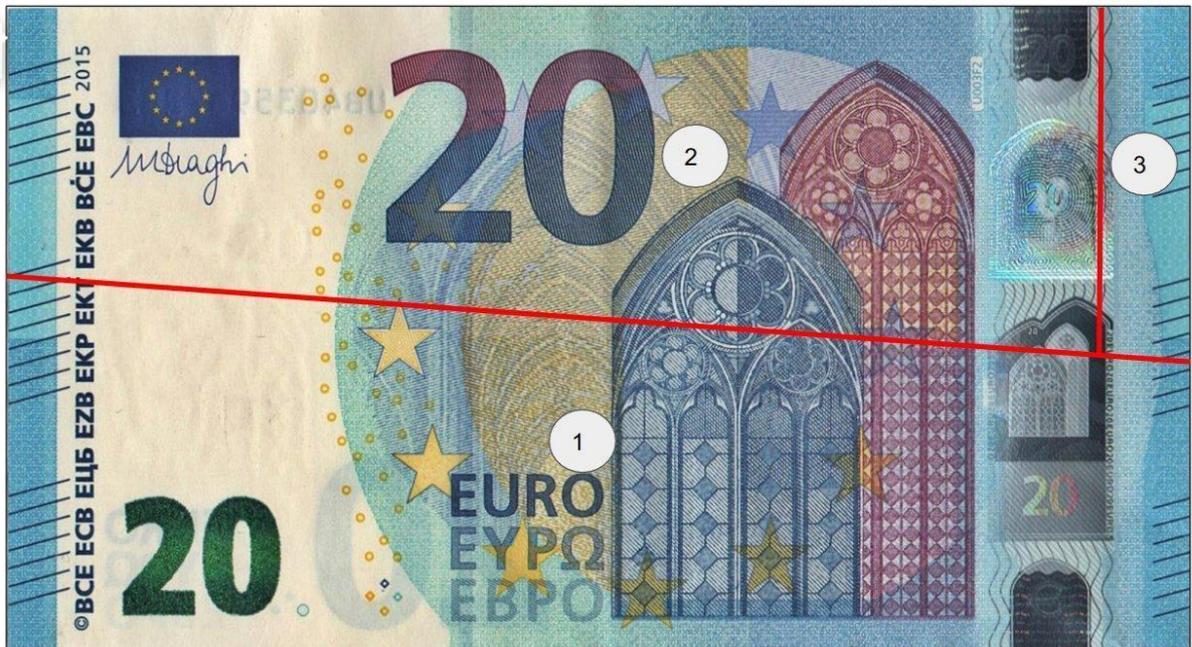
$$d = 7 \text{ cm}$$

$$e = 8,1 \text{ cm}$$

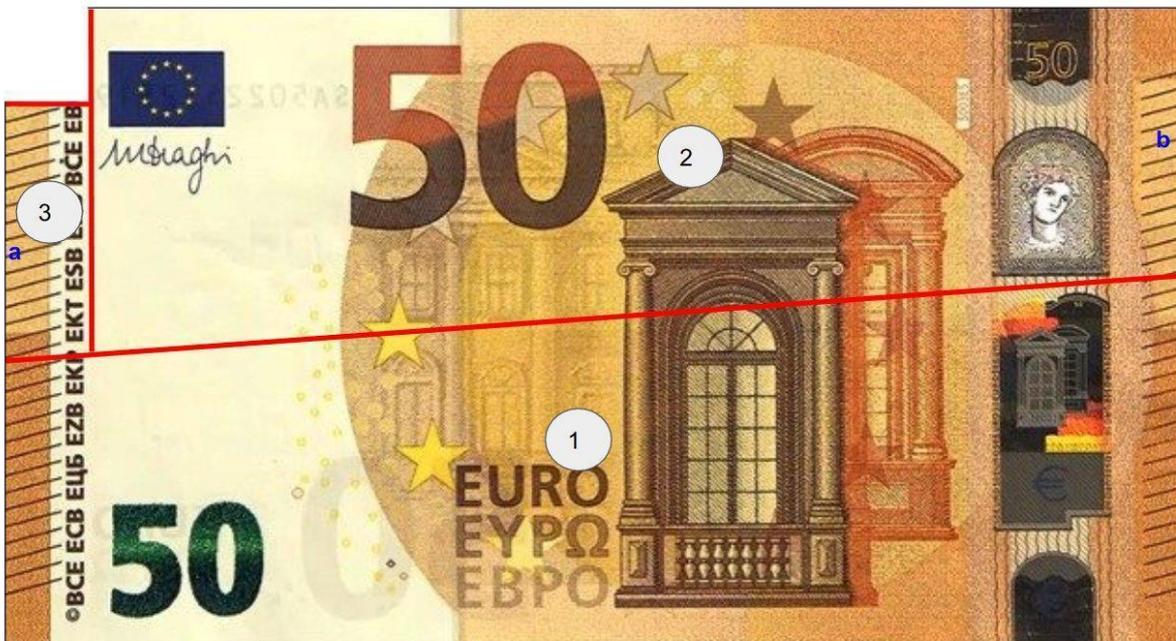
A parte que desaparece é o número "0", pelo que, na imagem da nota de 50 €, terá de cortar um pouco o rebordo esquerdo e direito (exatamente a área que sobra), para que a diferença não seja perceptível.

SEGUNDO PARADOXO:

Frente da nota:



Costas da nota:



Há um pequeno quadrado no canto que "desapareceu". É a mesma zona que aumentou na nota de 50 €. Assim, a nota de 50 € é ligeiramente maior, mas a diferença não é perceptível à vista.

Apenas uma condição deve ser satisfeita relativamente às medidas das peças:

$$a = b$$

(as restantes medidas podem ser as que desejar)

Por exemplo, para uma nota de Dimensões:

15cm x 8,5cm

Tome

$$a = b = 4,5 \text{ cm}$$

$$c = 1 \text{ cm}$$

Montagem

Dica: É extremamente importante a exatidão e a precisão das medições e dos cortes. Os dois paradoxos são montados da mesma forma.

Feito em PVC, imprima os 100 € de um lado com as linhas para cortar.

Imprima os 50 € noutra papel com as linhas para cortar. Corte todas as peças e cole-as. Duas peças com a mesma forma devem ser coladas uma à outra.

Sobra uma peça: a peça quadrada.

O Tabuleiro (DINA3)

Os tabuleiros são bastante simples, uma vez que terão apenas uma pergunta e um retângulo branco desenhado com as mesmas dimensões que as notas.

Texto (tabuleiro 1): "Monte a nota de 100 € com estas peças". "Vira-as todas e monta a nota de 50 €". "O que é que aconteceu? Porquê?"

Texto (tabuleiro 2): "Monte a nota de 20 € com estas peças". "Vira-as todas e monta a nota de 50 €". "O que é que aconteceu? Porquê?"



Bill's Paradox

Assemble the 100€ bill with these pieces.
Then, flip them all and assemble the 50€ bill.
What happened? Why?

Assemble the 20€ bill with these pieces.
Then, flip them all and assemble the 50€ bill.
What happened? Why?

Co-funded by the European Union

Outras Opções

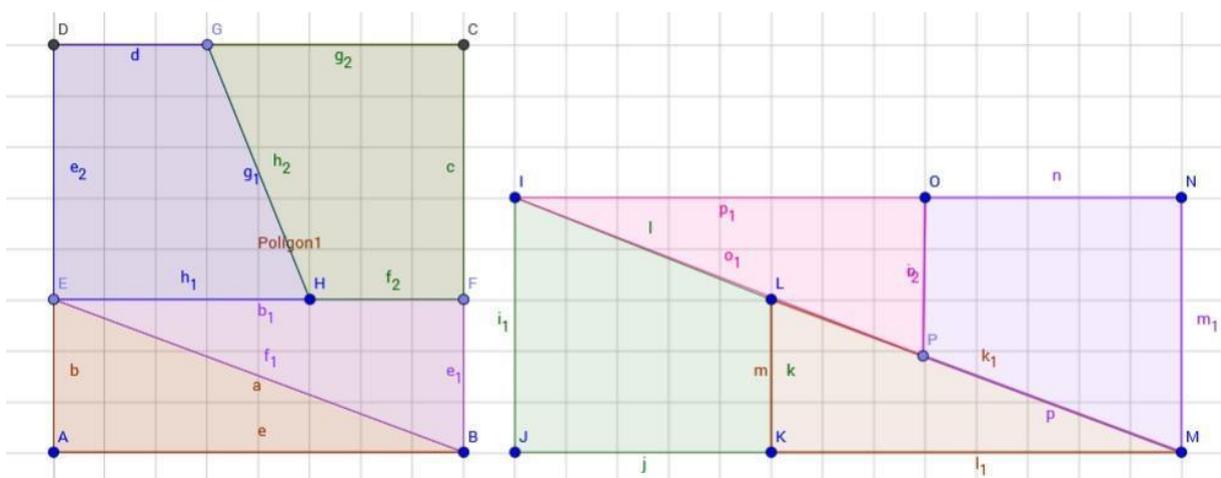
Existem outras versões do paradoxo utilizando outros temas como o



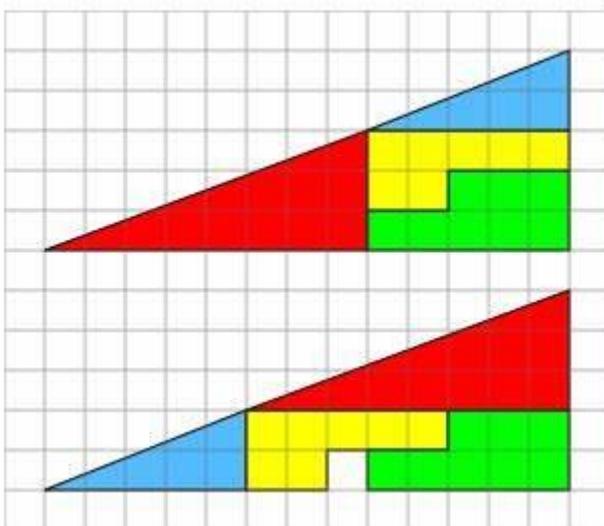
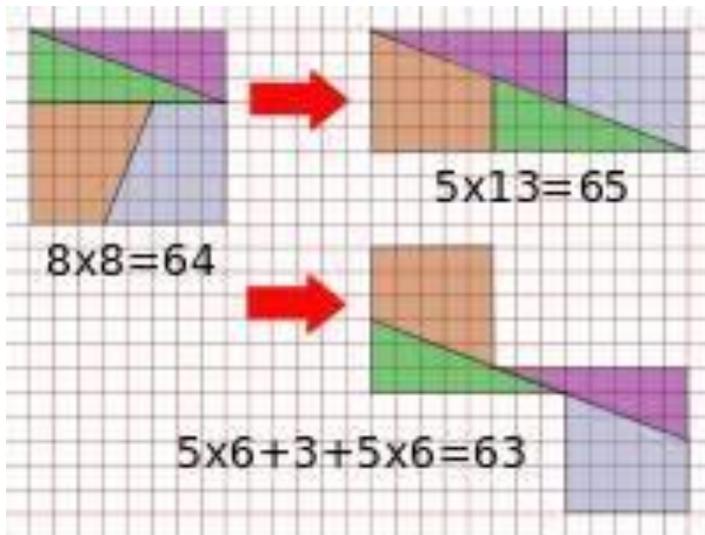
chocolate ou um truque de cartas:

<https://www.youtube.com/watch?v=BBrtzaZQeso>

Outra opção, que pode ser desenvolvida na sala de aula, é transformar um quadrado 8×8 num retângulo 13×5 , de modo a que $64 = 65$. Pode ser facilmente desenhado num papel quadriculado para ser cortado e montado de novo. Envolve os números de Fibonacci.



Outro paradoxo semelhante é o de Paul Curry:



Mais uma vez, utiliza os números de Fibonacci (1,2,3,5,8,13)

Explicação

O desafio introduz a ideia de um paradoxo em matemática. Como é que é possível fazer a mesma forma com áreas diferentes?

Para o primeiro paradoxo, é claro, as duas notas não têm exatamente a mesma área. A nota de 100 € é um pouco maior do que a de 50 €, mas a área do quadrado que é retirado é partilhada por toda a nota de 50 € para a tornar semelhante à de 100 €, de modo que o olho não consegue notar a diferença.

O mesmo acontece com o paradoxo 20 € - 50 €, mas aqui os 50 € são um pouco maiores. A área do quadrado desaparecido é ocupada pelas partes superior e inferior da nota de 20 €.

A ideia principal é provocar uma surpresa que se transforme numa conversa entre os visitantes sobre alguns conceitos geométricos: áreas, formas, propriedades, etc...

Competências

Os conceitos geométricos podem ser envolvidos na conversa para dar uma explicação ao que parece impossível, como a área de alguns quadriláteros e paradoxos matemáticos.

O facto de resolver os desafios também requer alguns conceitos básicos como rotação, translação e simetria.

Observações

Como foi dito acima, é extremamente importante a exatidão e a precisão das medidas e dos cortes.

Para Impressoras 3d (Se aplicável)

A construção para impressoras 3D é quase idêntica à da versão anterior. Uma vez que não se pode imprimir diretamente a tinta, pode-se imprimir (a tinta) as imagens das notas num adesivo de papel e adicioná-lo depois. Embora não seja necessário, uma vez que terá uma experiência geométrica quando conseguir fazer desaparecer um quadrado!

Também podes acrescentar algumas texturas às peças para as pessoas com DAE.